

האולימפיאדה הארצית במתמטיקה – שלב א'
כיתות ט'

אנא מלאו את כל הפרטים האישיים בכתב ברור!

שם פרטי	שם משפחה	מגדר	תעודת זהות	שכבה
		<input type="checkbox"/> בן <input type="checkbox"/> בת		
טלפון		דואר אלקטרוני		
כתובת דואר (כולל רחוב, מספר בית \ דירה, עיר)				

בפניכם שאלון מתמטי. השאלות אינן שגרתיות, וגם תלמידים חזקים במיוחד יתקשו לפתור את כולן. המצטיינים יוזמנו להשתתף באולימפיאדה ארצית במתמטיקה ע"ש בנו ארבל. פתרונות ופרטים נוספים יופיעו באתר <http://taharut.org/shlava>.

כתבו בטבלה המצורפת את התשובות הסופיות בלבד – אין צורך לנמק. אין להשתמש במחשבון. משך התחרות: 90 דקות.

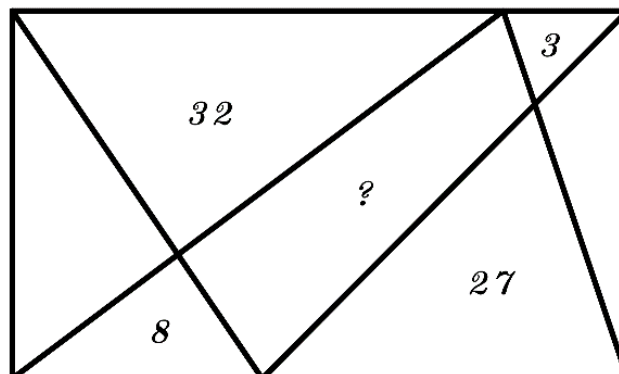
טבלת תשובות:

.1	.2
.3	.4
.5	.6
.7	.8

האולימפיאדה הארצית במתמטיקה – שלב א'

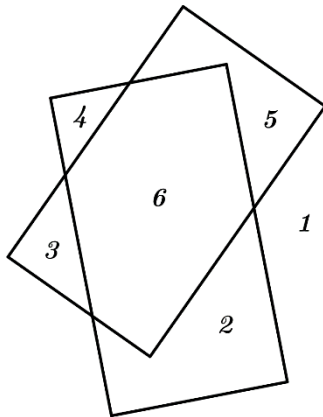
שאלון – כיתות ט'

- שני שחיינים מתאמנים בבריכה שאורכה 50 מטרים. כל אחד מהם שוחה הלוך וחזור לאורך הבריכה במהירות קבועה וללא עצירות, ומהירותם של השחיינים שונה. שניהם התחילו בו-זמנית באותו הצד של הבריכה. כשאר שחיין מסיים קילומטר של שחייה, הוא יוצא מהבריכה. ידוע כי השחיינים מעולם לא נפגשו בקצה הבריכה. כמה פעמים חלפו השחיינים אחד על פני השני, לא כולל רגע התחלה של השחייה?
- באיזה מספר צריך לחלק את המספר 180, כדי שארית החלוקה תהיה שווה לרבע מהמנה? (לדוגמה, אם נחלק את 22 ב-5 עם שארית, המנה תהיה שווה ל-4, והשארית תהיה שווה ל-2).
- נתונים שלושה שקים זהים. שק אחד מכיל 100 כדורים לבנים, שק שני מכיל 100 כדורים שחורים, שק שלישי מכיל 50 לבנים ו-50 שחורים. בן רוצה לגלות מה נמצא בכל שק. לצורך כך, הוא מוציא משק לבחירתו כדור אקראי ומסתכל על הצבע שלו. הוא חוזר על הפעולה עד שהוא יודע מה נמצא בכל שק. הוא מוכן לבצע את הפעולה הזאת לא יותר מ- N פעמים. מה הוא הערך המינימלי של N עבורו בן בטוח יוכל לגלות מה נמצא בכל שק?
- נתונות 17 קופסאות גדולות ריקות. בוחרים מתוכן מספר קופסאות ומכניסים לכל אחת מהן 20 קופסאות ריקות בגודל בינוני. אחרי זה בוחרים כמה מהקופסאות הבינוניות ומכניסים לכל אחת מהן 20 קופסאות קטנות. הסתבר שבסך הכל יש 2017 קופסאות. כמה מתוכן ריקות?
- מצאו שני מספרים שלמים חיוביים עוקבים שקטנים מ-120, כך לכל אחד מהם בדיוק 8 מחלקים.
- בציור מלבן שהועברו בו מספר קווים. נתונים השטחים של ארבעה מהמשולשים שנוצרו בתהליך הזה (ראו ציור). מהו השטח של המרובע האמצעי שמסומן בסימן שאלה?



7. נתונים x, y, z מספרים שלמים, עבורם מתקיים: $\sqrt{x-y+z} = \sqrt{x} - \sqrt{y} + \sqrt{z}$.

נסמן $M = (x-y)(z-x)$. איזה ערכים בין -10 לבין 10 יכול לקבל?



8. מה הוא המספר המרבי של חלקים עליהם ניתן לחתוך מישור באמצעות חמישה מלבנים?

(דוגמה: מצויר שני מלבנים מחלקים את המישור ל-6 חלקים.)

בהצלחה!