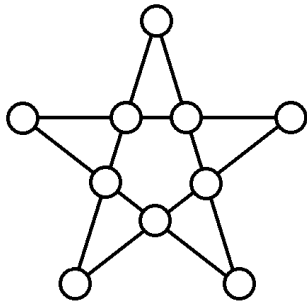


22.12.2013

י"ט בטבת תשע"ג

אולימפיאדה ראשונה ע"ש בנו ארבל ז"ל
כיתות ט'

יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה.
תשובה נכונה ללא הוכחה לא תתקבל.
אין להשתמש במחשבון.

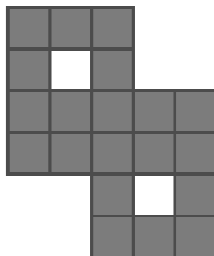


1. האם ניתן למלא את העיגולים שבכוכב במספרים שלמים, כך שסכום המספרים בכל 4 עיגולים על קו אחד יהיה אי-זוגי?

2. פונקציה מקיימת $f(xy) = f(x) + f(y)$ לכל x, y ממשיים. חשבו את $f(2013)$, אם נתון כי $f(9) = 8$, $f(33) = 9$, $f(183) = 10$.

3. נתונים 15 מספרים ראשוניים שונים שיוצרים סדרה חשבונית, כלומר ניתן לרשום אותם בתור $p, p + d, p + 2d, \dots, p + 14d$. הוכיחו כי $d > 30000$.

4. בממלכה יש 3 מעמדות, ובהם אחוזי התמיכה במלך הם $a\%$, $b\%$, $c\%$, כאשר a, b, c שלושה מספרים ממשיים שונים זה מזה, המקיימים $a + b + c = 100$. האם יתכן שאחוז התמיכה במלך באוכלוסיה כולה קטן מ-1%?



5. פרקו את הצורה לשני חלקים חופפים, שמהם ניתן להרכיב מלבן.

6. מצאו את כל ערכי n הטבעיים, עבורם $4n^4 - n^2 + 4$ מספר ראשוני.

7. במחומש משוכלל ABCDE הצלע AB אופקית. צלעות המלבן P_1 עוברות דרך כל הקודקודים של המחומש, כאשר אחת הצלעות שלו מכילה את A ואת B. הגובה של המלבן P_1 הוא h_1 , והרוחב שלו הוא w_1 . שני קודקודים של המלבן P_2 הם A ו-B, ושני הקודקודים האחרים נמצאים על הישר CE. הגובה של המלבן P_2 הוא h_2 ורוחבו w_2 .

מה גדול יותר, $\frac{w_1}{h_1}$ או $\frac{w_2}{h_2}$?

בהצלחה!