

14.12.2014

כ"ב בכסלו תשע"ה

אולימפיאדה שנייה ע"ש בנו ארבל ז"ל כיתות ח'

יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה.

תשובה נכונה ללא הוכחה לא תתקבל.

אין להשתמש במחשבון.

1. שלושה קיפודים מצאו שלושה גושי גבינה בעלי משקלים שונים. הם התקשו לחלק אותם בצורה הוגנת, ופנו לשועל לעזרה. השועל יכול לבצע מספר פעולות מהסוג הבא: לבחור שני גושים, לפרוס מכל אחד גרם אחד של גבינה, ולאכול את הפרוסות. האם השועל יכול להשאיר לקיפודים גושים שווים משקל, כאשר

א. משקלי הגושים הם 4, 10 ו-13 גרם?

ב. משקלי הגושים הם 4, 7 ו-11 גרם?

2. על כביש מעגלי ממוקמות 4 תחנות דלק: A, B, C, D. המרחק (לאורך הכביש) AB שווה ל-50 ק"מ, המרחק AC - 40 ק"מ, המרחק CD - 25 ק"מ, המרחק AD - 35 ק"מ. מהו המרחק BC?

3. בשורה נמצאים 11 מטבעות זהים למראה. ביניהם יש 3 מטבעות מזויפים שנמצאים ברצף במקום לא ידוע. המטבעות האחרים אמיתיים. כל המטבעות האמיתיים שווים משקל, וגם כל המטבעות המזויפים שווים משקל, אבל מטבע מזויף קל יותר ממטבע אמיתי. כמה שקילות במאזני כף דרושות על מנת למצוא את המטבעות המזויפים?

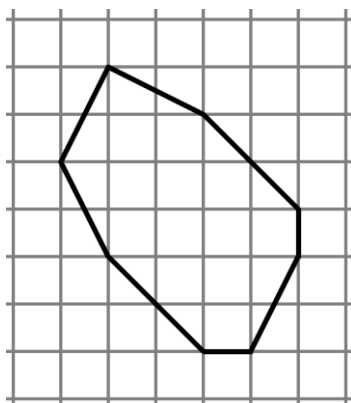
4. הראו כי ניתן לגזור ריבוע לריבועים קטנים יותר, כך שאת הריבועים שמתקבלים יהיה אפשר לחלק לשתי קבוצות, כך שבכל קבוצה אותו מספר ריבועים, בכל קבוצה כל הריבועים חופפים, אך הריבועים מהקבוצה הראשונה אינם חופפים לריבועים מהקבוצה השנייה.

5. נתונים 51 מספרים דו ספרתיים שונים. הוכיחו שניתן לבחור 6 מתוכם, כך שבכל זוג מתוך השישה מופיעות שתי ספרות עשרות שונות ושתי ספרות אחדות שונות.

6. המספרים 10, 2, ..., 1 מסודרים במעגל. כל מספר מופיע פעם אחת בדיוק.

א. הוכיחו כי קיימים שלושה מספרים עוקבים שסכומם לפחות 18.
ב. בנו דוגמה בה אף סכום של שלושה מספרים עוקבים אינו גדול מ-18.

7. חלקו את המתומן בציור לשני מצולעים חופפים זה לזה.



בהצלחה!