



אולימפיאדה שלישית ע"ש בנו ארבל ז"ל - כיתות ז'

יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה. תשובה נכונה ללא הוכחה לא תתקבל.

אין להשתמש במחשבון.

1. נתונה טבלת מספרים 3×3 . כל מספר בטבלה שלא נמצא בעמודה הימנית ביותר, גדול פי 2 בדיוק מהמספר שרשום סמוך אליו מצד ימין. כל מספר שלא נמצא בשורה העליונה, גדול פי 3 בדיוק מהמספר שרשום מעליו. מצאו את המספר שרשום במשבצת המרכזית, בהנחה שסכום המספרים בטבלה הוא 182.

2. מספר שלם נקרא מעניין אם הוא סכום של שני מספרים שלמים חיוביים עוקבים, וגם סכום של ששה מספרים שלמים חיוביים עוקבים. מצאו את הכמות הכוללת של מספרים מעניינים שקטנים מ-2016.

3. מצאו 4 מספרים שלמים חיוביים שונים a, b, c ו- d כך ש- $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c} + \frac{1}{d}$.

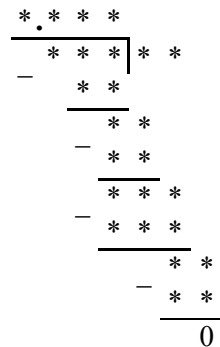
4. באי מסוים חיים שקרנים ודוברי אמת. דוברי אמת אומרים תמיד אמת, ושקרנים תמיד משקרים. התרחש רצח, שבוצע על ידי אחד מבין 3 חשודים: אגתה, בנדיקט או גילברט. החשודים נשאלו מספר שאלות, ותשובותיהם נרשמו בפרוטוקול:

אגתה אמרה: "בנדיקט רוצח".

בנדיקט אמר: "גילברט שקרן".

גילברט אמר: "אגתה רוצחת".

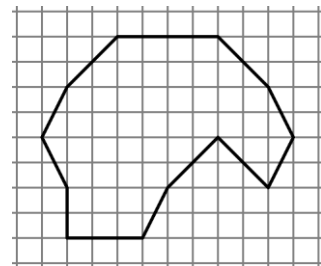
אגתה אמרה: "בנדיקט שקרן".



יתכן, שהפרוטוקול נכתב על ידי דובר אמת, ואז מה שכתוב בו זה בדיוק מה שנאמר, ויתכן גם שהפרוטוקול נכתב על ידי שקרן, ואז כל מה שנאמר הפוך למה שנכתב (כלומר אגתה אמרה למעשה: "בנדיקט לא רוצח" וכדומה). האם ניתן לדעת על סמך הפרוטוקול מי הרוצח?

5. בתרגיל חילוק ארוך, חילקו מספר תלת-ספרתי במספר דו-ספרתי, וקיבלו מספר עם שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית. לאחר מכן, החליפו את כל הספרות בתרגיל בכוכביות. מצאו את הספרות שהיו רשומות בתרגיל.

6. על הלוח רשומות N ספרות שונות, שכולן גדולות מ-0 (כלומר, מ-1 עד 9). אין אף זוג ספרות רשומות שהסכום שלהן שווה לספרה אחרת שרשומה. מה הוא הערך הגדול ביותר האפשרי עבור N ?



7. חלקו את הצורה לשלושה חלקים חופפים (מאותו גודל ומאותה צורה).

8. בארץ רחוקה מאוד שתי ערים נחשבות קרובות אם המרחק ביניהן קטן מ-50 קילומטרים. בארץ הזו יש 3 ערים גדולות ו-3 ערים קטנות. מרגל מהארץ הזו מדווח שלכל עיר גדולה יש בדיוק 4 ערים שקרובות אליה, ושכלל עיר קטנה יש 2 או 3 ערים קרובות. כמה ערים יכולות להיות, עבורן יש בדיוק 2 ערים קרובות?

בהצלחה!