

ט"ו בכסלו תשע"ו

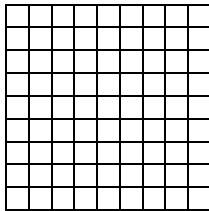
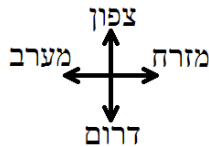
15.12.2016

אולימפיאדה רביעית ע"ש בנו ארבל ז"ל - כיתות ז'

**יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה. תשובה נכונה ללא הוכחה לא תתקבל.
אין להשתמש במחשבון.**

1. אילו מספרים תלת-ספרתיים יש יותר: זוגיים שמתחלקים ב-5 או אי-זוגיים שמכילים את הספרה 2?
2. לחנות הביאו 300 קיווי בשקיות, כאשר כל שקית מכילה 13 או 14 קיווי. כמה שקיות יכולות להיות?

3. מצאו 4 מספרים טבעיים שונים a, b, c ו- d כך ש- $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{3}{7}$.



4. בעיר יש 10 רחובות מצפון לדרום, ו-10 רחובות ממזרח למערב, אורך של כל רחוב 9 קילומטרים (כמו בציור). המרחקים בין רחובות מקבילים צמודים הם 1 קילומטר. נסיעה בכל כביש עולה כמות שונה של כסף: בכביש האופקי הדרומי ביותר המחיר הוא שקל לקילומטר, בכביש המקביל שנמצא מרחק N קילומטרים ממנו המחיר $N+1$ שקלים לקילומטר, בכביש האנכי המערבי ביותר המחיר הוא שקל לקילומטר, ובכל כביש אנכי שנמצא במרחק N קילומטרים ממנו המחיר הוא $N+1$ שקלים לקילומטר. מהו המחיר הקטן ביותר עבור נסיעה מהפינה הדרום-מערבית לפינה הצפון-מזרחית של העיר?

5. שודדי הים הארי, תום וצ'רלי קיימו דיון:

הארי: לתום יש שתי עיניים.

תום: לצ'רלי יש שתי עיניים.

צ'רלי: להארי יש שתי עיניים.

הארי: לשלושתנו יש סה"כ 2 עיניים.

תום: לשלושתנו יש סה"כ 3 עיניים.

צ'רלי: לשלושתנו יש סה"כ 4 עיניים.

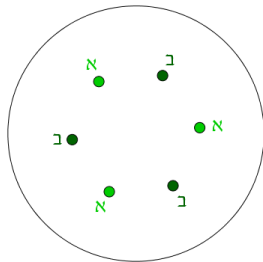
התברר, שכל אחד מהם שיקר מספר פעמים ששווה לכמות העיניים שלו. כמה עיניים יש לכל אחד מהם?

$$\begin{array}{r} \times \quad \begin{array}{c} \text{ט} \text{ ו} \text{ ב} \\ \text{ק} \text{ ה} \text{ ל} \\ \hline \text{ק} \text{ ל} \text{ ח} \end{array} \\ + \quad \begin{array}{c} \text{ה} \text{ ג} \text{ ה} \\ \text{ל} \text{ א} \text{ ב} \\ \hline \text{ח} \text{ ח} \text{ ה} \text{ ל} \end{array} \end{array}$$

6. החליפו אותיות בספרות, על מנת שתרגיל הכפל יהיה נכון.

אותיות זהות מסמנות ספרות זהות, אותיות שונות – ספרות שונות.

7. סכום של עשרה מספרים שלמים חיוביים שונים קטן או שווה ל-100. הוכיחו כי לשניים מהם יש מחלק משותף שגדול מ-1.



8. צורת פארק היא עיגול שרדיוסו 2 קילומטרים. בתוך הפארק נמצאים שישה עצים בקודקודיו של משושה משוכלל, כולם במרחק קילומטר ממרכז הפארק. כשסופרים את העצים בכיוון השעון העצים הזוגיים הם ברושים, והאחרים אלונים, כמו בציור. האם ניתן לחלק את הפארק לשני חלקים חופפים באמצעות גדר שלא חותכת את עצמה, כך שחלק אחד יכיל את כל האלונים וחלק אחר יכיל את כל הברושים?

בהצלחה!

אולימפיאדה רביעית ע"ש בנו ארבל ז"ל - כיתות ח'

**יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה. תשובה נכונה ללא הוכחה לא תתקבל.
אין להשתמש במחשבון.**

1. נתונים שני לוחות עץ מלבניים באורך 47 ס"מ ורוחב 8 ס"מ, ועפרון. כיצד ניתן לסמן את מרכזו של כל לוח?

2. נתון חדר עם רצפה מלבנית ותקרה בגובה 3.5 מטרים. שטחו של כל אחד מהקירות לא גדול משטח הרצפה. גובה החדר כפול 5 לא גדול מאורך היקף הרצפה. מהו הוא השטח המינימאלי של רצפת החדר?

3. אדם התחיל לעבור גשר AB מקצה A לקצה B. כאשר הוא עבר $\frac{4}{9}$ מאורך הגשר, הוא שמע צפירה של רכב המתקרב מכיוון A במהירות של 60 קמ"ש. אם הוא ימשיך ללכת קדימה, הרכב ישיג אותו בקצה B, ואם הוא יחליט לחזור אחורה, הרכב יפגוש אותו בקצה A. מהי מהירות האדם?

4. אצל שודדי הים הארי, תום וצ'רלי התקיים דיון:

הארי: לתום יש שתי עיניים.

תום: לצ'רלי יש שתי עיניים.

צ'רלי: להארי יש שתי עיניים.

הארי: לשלושתנו יש סה"כ 2 עיניים.

תום: לשלושתנו יש סה"כ 3 עיניים.

צ'רלי: לשלושתנו יש סה"כ 4 עיניים.

התברר, שכל אחד מהם שיקר מספר פעמים ששווה לכמות העיניים שלו. כמה עיניים יש לכל אחד מהם?

5. על הלוח רשום המספר 188188188188188. מירי מוחקת מספר ספרות, על מנת שיתקבל מספר שיתחלק ב-7. מהו המספר הגדול ביותר שיכול להתקבל?

6. על הלוח רשומים N מספרים שונים בין 1 ל-100. היחס של אף זוג מביניהם הוא לא 2 ולא 5. מה הוא הערך הגדול ביותר של N?

7. על הצלע BC של ריבוע ABCD מסמנים נקודה שרירותית E. הוצה הזווית DAE < פוגש את הצלע CD בנקודה F. מה יותר גדול: BE + DF או AE?

8. לשני שחקנים יש לוח ריבועי משובץ וכמות גדולה של אבנים כחולות ואדומות. שני השחקנים משחקים לפי התור. בכל מהלך מותר להניח אבן בצבע כלשהו במשבצת ריקה של הלוח. המשחק מסתיים כאשר בכל משבצת יש אבן. בסוף המשחק סופרים את זוגות האבנים בצבע זהה שנמצאות במשבצות סמוכות לפי צלע. אם המספר זוגי - מנצח השחקן הראשון ואחרת - השני. לאיזה שחקן יש אסטרטגיה מנצחת:

א. בלוח 7×7 ?

ב. בלוח 8×8 ?

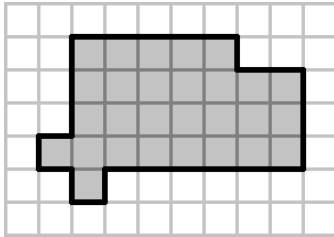
בהצלחה!

אולימפיאדה רביעית ע"ש בנו ארבל ז"ל - כיתות ט'

**יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה. תשובה נכונה ללא הוכחה לא תתקבל.
אין להשתמש במחשבון.**

1. אדם התחיל לעבור גשר AB מקצה A לקצה B. כאשר הוא עבר $\frac{4}{9}$ מאורך הגשר, הוא שמע צפירה של רכב המתקרב מכיוון A במהירות של 60 קמ"ש. אם הוא ימשיך ללכת קדימה, הרכב ישיג אותו בקצה B, ואם הוא יחליט לחזור אחורה, הרכב יפגוש אותו בקצה A. מהי מהירות האדם?

2. שני מספרים 4-ספרתיים מתקבלים אחד מהשני על ידי הפיכת סדר הספרות שלהם (לדוגמה 1234 ו-4321). מכפלתם הוא מספר 8-ספרתי שמסתיים בשלושה אפסים (לדוגמה 57777000). מצאו את כל זוגות המספרים מסוג זה.



3. חלקו את הצורה שמופיעה בציור ל-7 חלקים חופפים.

4. על הלוח רשום המספר 188188188188188. מירי מוחקת מספר ספרות, על מנת שיתקבל מספר שיתחלק ב-7. מהו המספר הגדול ביותר שיכול להתקבל?

5. על כל צלע של מלבן A נמצא קודקוד של מלבן B (שהוא לא קודקוד של A). בכל אחד משני המלבנים מחשבים את היחס בין הצלע הארוכה לצלע הקצרה. באיזה מלבן מתקבל יחס גדול יותר?

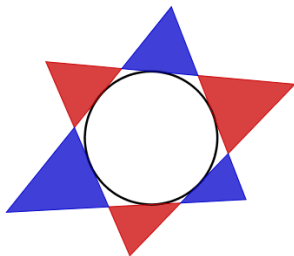
6. חשבו את הערך המספרי של הביטוי הארוך:

$$\frac{\frac{1}{1 \cdot 101} + \frac{1}{2 \cdot 102} + \frac{1}{3 \cdot 103} + \dots + \frac{1}{100 \cdot 200} - \frac{1}{201 \cdot 301} - \frac{1}{202 \cdot 302} - \dots - \frac{1}{300 \cdot 400}}{\frac{1}{1 \cdot 400} + \frac{1}{2 \cdot 399} + \frac{1}{3 \cdot 398} + \dots + \frac{1}{100 \cdot 301} - \frac{1}{101 \cdot 300} - \frac{1}{102 \cdot 299} - \dots - \frac{1}{200 \cdot 201}}$$

7. לשני שחקנים יש לוח ריבועי משובץ וכמות גדולה של אבנים כחולות ואדומות. שני שחקנים משחקים לפי התור. בכל מהלך מותר להניח אבן בצבע כלשהו במשבצת ריקה של הלוח. המשחק מסתיים כאשר בכל משבצת יש אבן. בסוף המשחק סופרים את זוגות האבנים בצבע זהה שנמצאות במשבצות סמוכות לפי צלע. אם המספר זוגי - מנצח השחקן הראשון ואחרת - השני. לאיזה שחקן יש אסטרטגיה מנצחת:

א. בלוח 7×7 ?

ב. בלוח 8×8 ?



8. שני משולשים חוסמים אותו מעגל. חלקים של משולש אחד שלא מכוסים על ידי המשולש השני נצבעו בכחול, וחלקים של המשולש השני שלא מוכלים במשולש הראשון נצבעו באדום. כך נוצרו 3 משולשים כחולים ו-3 משולשים אדומים. הוכיחו שאם סכום השטחים של המשולשים האדומים בציור שווה לסכום השטחים של המשולשים הכחולים, אז סכום ההיקפים של המשולשים האדומים שווה לסכום ההיקפים של המשולשים הכחולים.

בהצלחה!