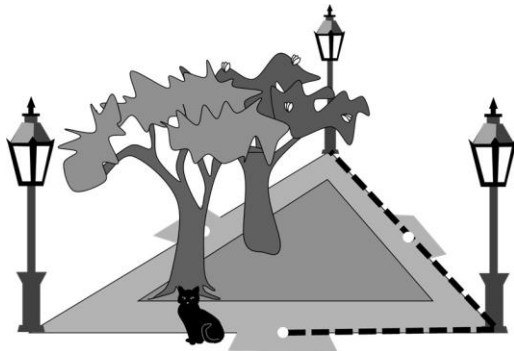


**אולימפיאדה חמישית ע"ש בנו ארבל ז"ל - כיתות ח'**

**יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה. תשובה נכונה ללא הוכחה לא תתקבל.  
אין להשתמש במחשבון.**

1. תלמידי כיתה ח' זרקו כדורי גומי לקופסה ואחר כך ניסו לנחש כמה כדורים הצטברו שם. חמישה תלמידים ניסו לנחש: 45, 41, 55, 50, 43, אך אף אחד לא ניחש בדיוק את הכמות. הניחושים נבדלו מהאמת ב- 3, 7, 5, 7 ו-2 כדורים (לא בהכרח באותו הסדר כמו הניחושים). כמה כדורים היו בקופסה?

2. על הלוח כתובים כל המספרים מ-1 עד  $10^9$  (כולל  $10^9$ ). המספרים שמתחלקים ב-3 כתובים באדום, ושאר המספרים – בכחול. בכחול סכום של כל המספרים האדומים שווה ל-  $X$ , וסכום של כל המספרים הכחולים שווה ל-  $Y$ . איזה מספר גדול יותר,  $2X$  או  $Y$ , ובכמה?



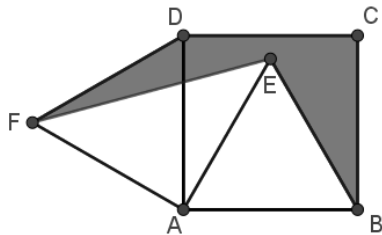
3. בפארק יש 3 שבילים ישרים שיוצרים משולש (אין שבילים נוספים). הכניסות לפארק הן באמצעי השבילים, ובכל קודקוד של המשולש תלוי פנס. מכל כניסה מדדו את מרחק ההליכה הקצר ביותר, לאורך שבילי הפארק, עד הפנס בפינה הנגדית. התברר כי 2 מבין 3 המרחקים שווים זה לזה. האם המשולש בהכרח שווה-שוקיים?

4. בתרגיל אותיות זהות מסמנות ספרות זהות, אותיות שונות – ספרות שונות, כוכביות מסמנות ספרות כלשהן. מצאו את כל הספרות.

$$\frac{\text{מעגל}}{\text{מעגל}} = \frac{\text{מעגל}}{\text{מעגל}}$$

5. נתונות מספר קופסאות כבדות שאפשר להסיע אותן באמצעות 7 משאיות עם קיבולת של 6 טון כל אחת, אבל אי-אפשר להסיען באמצעות 6 משאיות מסוג זה.

- א. האם ייתכן שאפשר להסיע אותן ב-3 משאיות שקיבולת של כל אחת היא 7 טון?
- ב. האם ייתכן שאפשר להסיע אותן ב-3 משאיות שקיבולת של כל אחת היא 10 טון?



6. בתוך ריבוע ABCD שאורך צלעו 1 סומנה נקודה E, ומחוץ לריבוע נקודה F, כך שהמשולשים ABE ו-DAF משוכללים. חשבו את השטח של המחומש CBEFD.

7. מצאו את המספר הטבעי הגדול ביותר, שכל ספרותיו שונות זו מזו, ואם מסתכלים על כל 3 ספרות רצופות מקבלים מספר שמתחלק ב-13.

8. במעגל נמצאות 5778 נורות כבויות במרחקים קבועים. מתחת לכל נורה יש כפתור. כאשר לוחצים על הכפתור, זה משנה מצב של 4 נורות: הנורה שליד הכפתור, שתי נורות הבאות במעגל עם כיוון השעון, ואת הנורה הנגדית לכפתור (נורה כבויה נדלקת כאשר משנים את מצבה, ונורה דולקת נכבית). מהי הכמות המרבית של נורות שאפשר להדליק בו-זמנית?

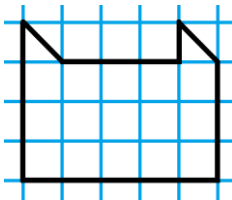
**בהצלחה!**

**אולימפיאדה חמישית ע"ש בנו ארבל ז"ל - כיתות ט'**

**יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה. תשובה נכונה ללא הוכחה לא תתקבל.**

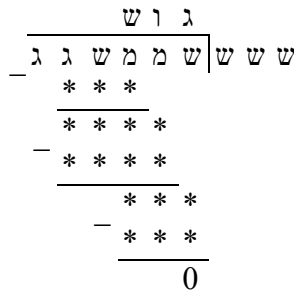
**אין להשתמש במחשבון.**

1. לאיילה, בתיה, וגדי היו סוכריות. איילה נתנה חצי מהסוכריות שהיו לה לבתיה. לאחר מכן, בתיה נתנה שלישי מהסוכריות שלה לגדי. לבסוף, גדי נתן רבע מהסוכריות שהיו לו לאיילה. בסופו של דבר, התברר שלכולם יש אותה כמות של סוכריות. מהי הכמות הקטנה ביותר של סוכריות שהייתה יכולה להיות לכל אחד מהילדים בהתחלה?



2. חלקו את הצורה בצירוף ל-4 חלקים חופפים. (צורות הן חופפות אם הן מתקבלות אחת מהשנייה על ידי סיבוב ו/או שיקוף).

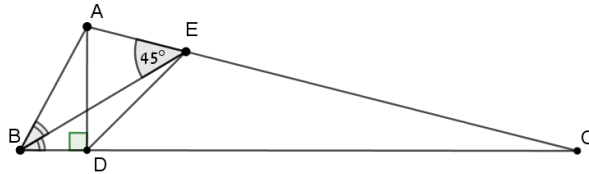
3. נתונים  $p, q$  מספרים שלמים. אי-השוויון  $x^2 + px + q > 0$  מתקיים לכל  $x$  שלם. האם בהכרח אי-שוויון זה מתקיים לכל  $x$  ממשי?



4. אותיות זהות מסמנות ספרות זהות, אותיות שונות – ספרות שונות, כוכביות מסמנות ספרות כלשהן. מצאו את כל הספרות.

5. נתונות מספר קופסאות כבדות שאפשר להסיע אותן באמצעות 7 משאיות עם קיבולת של 6 טון כל אחת, אבל אי-אפשר להסיען באמצעות 6 משאיות מסוג זה. א. האם ייתכן שאפשר להסיע אותן ב-3 משאיות שקיבולת של כל אחת היא 7 טון? ב. עבור אילו ערכי  $x$  ייתכן שאפשר להסיע אותן ב-3 משאיות שקיבולת של כל אחת היא  $x$  טון?

6. נתון לוח משבצות  $100 \times 100$ . כל משבצת היא שחורה או לבנה. בכל משבצת לבנה כותבים את כמות המשבצות השחורות באותה שורה, ובכל משבצת שחורה רושמים את כמות המשבצות הלבנות באותה עמודה. האם סכום כל המספרים בלוח זוגי או אי-זוגי?



7. במשולש ABC שבו AD הוא גובה, BE חוצה זווית  $\angle AEB = 45^\circ$ . מצאו את  $\angle ADE$ .

8. אלון, בני, גיא ודור עבדו ביחד על מסמך שאורכו 100 שורות. המסמך נמצא באינטרנט, וכל אחד מהם יכול להיכנס ולערוך אותו. הם הסכימו שכל אחד מהם יכנס למסמך ויעבוד עליו, פעם אחת ביום ראשון ופעם אחת ביום שני, אך לא ידוע באילו שעות הם עבדו על המסמך בכל יום. ידוע גם שכל ילד נכנס למסמך רק פעם אחת ביום, ונעל את הקובץ כך שאחרים לא יכולים לערוך בזמן שהוא עורך. כמו כן, ידוע שבסוף יום ראשון המסמך כלל 50 שורות, ובסוף יום שני המסמך כלל 100 שורות. הנה ההיגדים של כל אחד מהם:

- אלון:** ביום ראשון הכפלתי את כמות השורות במסמך פי 2, ואז כתבתי 5 שורות נוספות. ביום שני כתבתי 40 שורות.
  - בני:** ביום ראשון הכפלתי את כמות השורות במסמך פי 3, ואז כתבתי 5 שורות נוספות. ביום שני כתבתי 10 שורות.
  - גיא:** ביום ראשון הכפלתי את כמות השורות במסמך פי 4, ואז כתבתי 15 שורות נוספות. ביום שני מחקתי חצי מהשורות במסמך, ואז כתבתי 25 שורות.
  - דור:** ביום ראשון הכפלתי את כמות השורות במסמך פי 2, ואז מחקתי 20 שורות. ביום שני מחקתי 20% מהשורות במסמך, ואז כתבתי 30 שורות.
- לאחר כמה ימים, הם גילו שאחד מהם שיקר, ולמעשה לא נכנס למסמך אף פעם. כל השאר אמרו אמת בכל ההיגדים שלהם. מיהו השקרן מבין הארבעה?

**בהצלחה!**