

שאלות פתוחות

יש לענות בטופס הבחינה, מצורפת מחברת משובצת לטיוטה.

ענה על כל השאלות לפי יכולתך.

שים לב: אם אתה נתקע על שאלה אפשר להמשיך הלאה לשאלה הבאה ולחזור לשאלות האחרות אח"כ.

שאלה 1:

א. פתור את המשוואה:

$$4x^2 - 24x + 35 = 0$$

ב. פתור את המשוואה:

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$$

ג. מה סכום האיברים של הסדרה האין-סופית:

$$2 + 1 + 0.5 + 0.25 + 0.125 + \dots$$

הסבר בקצרה את דרך הפתרון (או הצדקה כלשהי לחישוב).

[illegible]

ד. חשב:

איש עולה על סולם שבו 10 שלבים. הוא יכול לעלות שלב אחד או שני שלבים. בכמה דרכים שונות הוא יכול לעלות על הסולם? למשל, דרך אחת היא 1,1,1,1,1,1,1,1, דרך שנייה היא 1,2,2,2,1 ודרך נוספת היא 2,2,1,2,2,1. כמה דרכים שונות יש? הסבר את הפתרון.

[illegible]

שאלה 2:

א. משחק החיים (Conway's Game of Life) הוא משחק המתנהל על רשת משבצות, כאשר כל משבצת היא באחד משני מצבים: "חי" או "מת".

כל משבצת מוקפת ב-8 משבצות, לכל תא במשבצת כזאת נקרא "שכן" של התא.

נגדיר את הדור הראשון כדור 0, ונחשב מה יקרה בדור הבא לפי חוקי המשחק הבאים:

1. בדידות: אם לתא "חיי" יש פחות מ-2 שכנים (1 או 0) הוא מת מבדידות (אם הוא כבר "מת" הוא נשאר "מת")
2. שרידות: אם לתא "חיי" יש 2 או 3 שכנים בדיוק, הוא נותר "חיי"
3. צפיפות: אם לתא "חיי" יש יותר מ-3 שכנים, הוא מת מצפיפות (אם הוא כבר "מת" הוא נשאר "מת")
4. רבייה: אם לתא "מת" יש בדיוק 3 שכנים, הוא "נולד" (הופך ל"חיי")

נתון הלוח ההתחלתי הבא (דור 0):

(שימו לב: משבצת עם מקף "-" מסמלת תא "מת", ומשבצת שחורה מסמלת תא "חי")

-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-
-				-	-
-		-	-	-	-
-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-

i. צייר את הלוח בדור הבא (דור 1):

[illegible]

ii. צייר את הלוח בדור הבא (דור 2):

iii. האם לאחר מס' דורות (מעט או הרבה) הלוח "יתקבע" (כלומר צורה קבועה, גם לוח של תאים מתים היא צורה קבועה)? אם כן, תוך כמה דורות? ומה יהיה מצב הלוח? במידה ולא, מדוע לא?

בנוסף: מצא לוח התחלתי (שונה מהנתון בשאלה) שישאר קבוע לאחר דור אחד או יותר (תאר כמה דורות ידרשו עד לקיבוע) ואינו מתקבע על לוח "מת".

ב. נתון לוח סודוקו:

נניח כי יש k משבצות לבנות פנויות ובכל משבצת לבנה יכול להיות כל מספר שהוא (מ-1 עד 9). אני רוצה לבדוק את כל האפשרויות בעולם לשים מספרים במשבצות לבנות, ללא התחשבות בחוקי הסודוקו (כלומר כלל הפתרונות, גם נכונים וגם שגויים). כמה אפשרויות למילוי קיימות?

[illegible]

ג. תאר שיטה (אלגוריתם) לפיה יכול מחשב לבדוק האם פתרון מסוים הוא פתרון נכון? כתוב במילים (או בפסאודוקוד [Pseudocode]) במידת האפשר, התייחס לסיבוכיות* של האלגוריתם.

*אם אינך יודע מהי סיבוכיות, התייחס ל"כמות הפעולות" הצפויה כתלות בגודל הלווח. כאשר גודל הלווח במקרה הזה הוא מספר המשבצות, שאותו נסמן ב- n^2 (כאשר ישנן n עמודות ו- n שורות).

[illegible]

שאלה 3:

א. יש שתי דלתות ועל כל דלת יש שומר. שומר אחד מדבר רק אמת ושומר שני רק שקר. מאחורי דלת אחת יש אוצר. איזה שאלה תשאל שומר כדי לדעת בוודאות היכן הדלת מאחוריה יש אוצר?

This image shows a single page of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are approximately 20 lines visible. On the left side, there is a vertical margin line, creating a narrow left margin. The paper appears to be from a notebook or a standard ruled sheet.

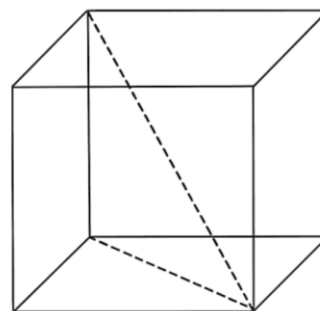
ב. נתון מגדל בן 100 קומות ונתונים שני כדורי בדולח. ידוע כי החל מגובה מסוים, אם משליכים כדור בדולח זה אל הקרקע, הוא מתנפץ. יתכן שכדור זה מתנפץ כבר אם נשליך אותו מהקומה הראשונה, אך ייתכן גם שהקומה הנמוכה ביותר החל ממנה הוא מתנפץ היא הקומה ה-42. כמו כן, ייתכן שגובה ההתנפצות יותר גבוה מהמרפסת בקומה ה-100, ולכן הכדורים לא יתנפצו מאף קומה.

המשימה היא להיעזר בשני כדורי הבדולח על-מנת למצוא, במינימום זריקות, את הקומה הנמוכה ביותר במגדל, אשר החל ממנה מתנפצים הכדורים (או לגלות שאין כזו). במהלך זריקות הכדורים מותר ששניהם יתנפצו.

מהו המספר המינימלי של זריקות, המבטיח עמידה במשימה, עבור כל גובה התנפצות אפשרי?

[illegible]

שאלה 4:



א. בקובייה יש 8 קודקודים (8 פינות). בין כל 2 קודקודים עובר קו. כמה קווים עוברים סה"כ?

ב. כל שלושה קודקודים מגדירים משולש שונה (כלומר אם זה לא אותם קודקודים בדיוק אז המשולש שונה, אם נסמן את הקודקודים בספרות 1,2,3 אז משולש 1,2,3 שונה מ 1,2,5 וכה. כמה משולשים יש?

ג. הוכח כי סכום הזוויות במשולש שווה ל 180 מעלות. מה סכום הזוויות במתומן משוכלל (8 צלעות)?
